

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

І.В. Лінчевський, Н.О.Якуніна

ЗАГАЛЬНА ФІЗИКА
Дослідження характеристик вимушених та загасаючих вільних
коливань в електричному коливальному контурі
ЛАБОРАТОРНИЙ ПРАКТИКУМ

*Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського як навчальний
посібник для студентів закладів вищої освіти, які навчаються
за спеціальністю «Інформаційні системи та технології»*

Київ
КПІ ім. Ігоря Сікорського
2021

УДК 537.8

ББК 22.33

Ф 48

Рецензент: В.І.Ужва, доцент кафедри загальної фізики та фізики твердого тіла КПІ ім. Ігоря Сікорського, к.ф.-м. наук, доцент

Відповідальний редактор: В.М. Локтев В.М., завідувач кафедри загальної та теоретичної фізики КПІ ім. Ігоря Сікорського, академік, доктор фіз.-мат. наук, професор

*Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
(протокол №7 від 13.05.2021 р.)
за поданням Вченої ради фізико-математичного факультету
(протокол № 03 від 29.03.2021 р.)*

Електронне мережне навчальне видання

Лінчевський Ігор Валентинович професор кафедри загальної та теоретичної фізики КПІ ім. Ігоря Сікорського, доктор фіз.-мат. наук, професор,

Якуніна Наталія Олександрівна, доцент кафедри загальної та теоретичної фізики КПІ ім. Ігоря Сікорського, к.ф.-м. наук, доцент

Ф 48 Загальна Фізика . Дослідження характеристик вимушених та загасаючих вільних коливань в електричному коливальному контурі. Лабораторний практикум . Навч. посібник / І.В. Лінчевський, Н.О. Якуніна, за заг. ред. І.В. Лінчевського – К. : Вид-во «КПІ ім. Ігоря Сікорського», 2021. – 20 с.

У лабораторному практикумі представлені теоретичні відомості, опис лабораторних робіт з тем «Дослідження характеристик загасаючих вільних коливань в електричному коливальному контурі та Дослідження характеристик вимушених коливань в електричному коливальному контурі», що викладається для майбутніх фахівців за спеціальністю «Інформаційні системи та технології», наведені методичні вказівки до виконання цих робіт, містяться контрольні питання для самостійної роботи та підготовки до модульного контролю.

Посібник призначений для студентів, які навчаються у закладах вищої освіти і вивчають нормативну навчальну дисципліну «загальна фізика» з циклу математичної та природничо-наукової підготовки за спеціальністю «Інформаційні системи та технології». Посібник може бути корисним для науково-педагогічних працівників, які викладають курс фізики, під час планування та підготовки завдань до лабораторних робіт та модульних контрольних робіт з навчальної дисципліни «Загальна Фізика».

© І.В. Лінчевський, Н.О. Якуніна, 2021

© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021

Лабораторна робота №3-16

Дослідження характеристик загасаючих вільних коливань в електричному коливальному контурі

Мета роботи – спостереження загасаючих коливань у коливальному контурі та дослідження характеристик загасання.

Обладнання: макет, осцилограф, блок комутації та регулювання.

Теоретичні відомості

Коло, в якому можливі вільні електричні коливання, називається коливальним контуром. **Простий коливальний контур** складається з конденсатора ємністю C , котушки з індуктивністю L і резистора з опором R (у реальному технічному контурі роль резистора відіграє опір котушки та з'єднувальних провідників). У даній роботі використовується послідовний контур, у якому всі елементи з'єднані послідовно (рис. 1).

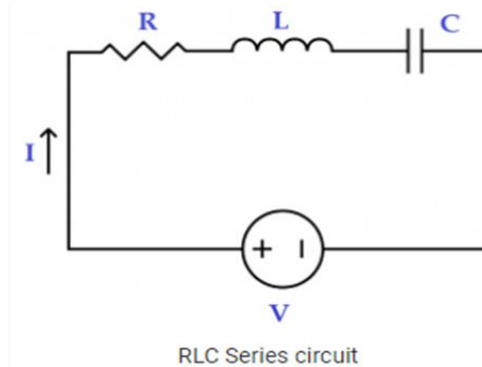


Рис.1

У теорії елементи контуру R, C, L вважаються ідеальними: резистор не має ємності та індуктивності, конденсатор заповнений ідеальним діелектриком, і все електричне поле зосереджене між обкладками, а котушка не має активного опору, й усе магнітне поле зосереджене всередині котушки. У свою чергу, весь контур називається ідеальним, якщо в ньому відсутній опір ($R = 0$).

Розглянемо якісно процес виникнення електричних коливань у послідовному контурі. Якщо в розімкненому контурі конденсатор зарядити до напруги U , то він отримає енергію $W_{\text{ел}} = CU^2/2$. Після замикання кола конденсатор

почне розряджатися, і в котушці з'явиться струм та ЕРС самоіндукції. Одразу після замикання ця ЕРС, у відповідності до правила Ленца, буде перешкоджати причині свого виникнення, тобто, розряджанню конденсатора. Тому конденсатор буде розряджатися не миттєво, а поступово. При цьому електрична енергія конденсатора буде поступово переходити в магнітну енергію котушки $W_{\text{маг}} = LI^2/2$. Струм I у котушці буде поступово зростати і на момент повного розрядження конденсатора досягне

максимального значення. Відтак конденсатор почне перезаряджатися: його напруга й енергія будуть зростати за рахунок зменшення енергії та струму в котушці, аж доки струм не припиниться. Після цього знов почнеться розряджання конденсатора при зворотному напрямі струму, тобто, в контурі виникнуть **вільні коливання** напруги та струму.

В ідеальному контурі через відсутність втрат енергії описані процеси будуть точно повторюватися необмежено, й коливання є незагасаючими. У реальних коливальних контурах завжди є втрати електромагнітної енергії, головне через наявність опору ($R \neq 0$) і виділення на ньому джоулевого тепла за рахунок енергії коливань. Тому максимальні значення напруги на конденсаторі та струму в котушці невпинно зменшуються, і коливання є **загасаючими**.

Для кількісного дослідження вільних коливань складемо рівняння коливального контуру. Будемо вважати, що струм у контурі є квазістаціонарним, тобто, миттєве значення сили струму однакове в усіх точках контуру, тож виконується закон Ома. Тоді для ділянки кола можна записати:

$$IR = (\varphi_1 - \varphi_2) + E_{12}, \quad (1)$$

де $E_{12} = E_c - E_{PC}$ самоіндукції у котушці. Напруга на конденсаторі $(\varphi_1 - \varphi_2) = q/C$, а струм $I = \frac{dq}{dt}$, де q – заряд конденсатора. Відповідно, $E_{12} =$

$$E_c = -L(dI/dt) = -L(d^2q/dt^2).$$

Зробивши такі підстановки в (1), одержимо диференціальне рівняння коливального контуру:

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q = 0$$

Поділивши це рівняння на L , й, увівши позначення $2\beta = R/L$ і $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$,

отримаємо його в стандартному вигляді:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0 \quad (2)$$

З математики відомо, що загальний розв'язок цього рівняння залежить від

$$q(t) = q_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha) = A(t) \cos(\omega t + \alpha), \quad (3)$$

де $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ – циклічна частота, q_0 – умовна амплітуда в момент $t = 0$, α – початкова фаза (q_0 і α визначаються з початкових умов). Отже, заряд конденсатора здійснює загасаючі коливання з циклічною частотою ω та амплітудою $A(t)$, яка монотонно зменшується з часом за експоненціальним законом: $A(t) = q_0 e^{-\beta t}$. (4)

Таким чином, амплітуда спадає тим швидше, чим більше значення має β .

Тому величина $\beta = \frac{R}{2L}$ називається **коефіцієнтом загасання** контура. З

формули видно, що чим більше загасання, тим менша частота загасаючих коливань. В ідеальному контурі $\beta = 0$, і частота вільних коливань дорівнює $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$. Ця величина називається власною частотою контура.

На рис. 2 показано графік функції $q(t)$. Треба зауважити таке: у строгому сенсі загасаючі коливання не є періодичним процесом, оскільки поточні значення $q(t)$ не повторюються через рівні проміжки часу, а амплітудні значення $A(t) = q_0 e^{-\beta t}$ не повторюються взагалі. Проте коливна величина $q(t)$ через рівні проміжки часу походить через амплітудні та нульові значення. Тому період загасаючих коливань T слід розуміти тільки як проміжок часу,

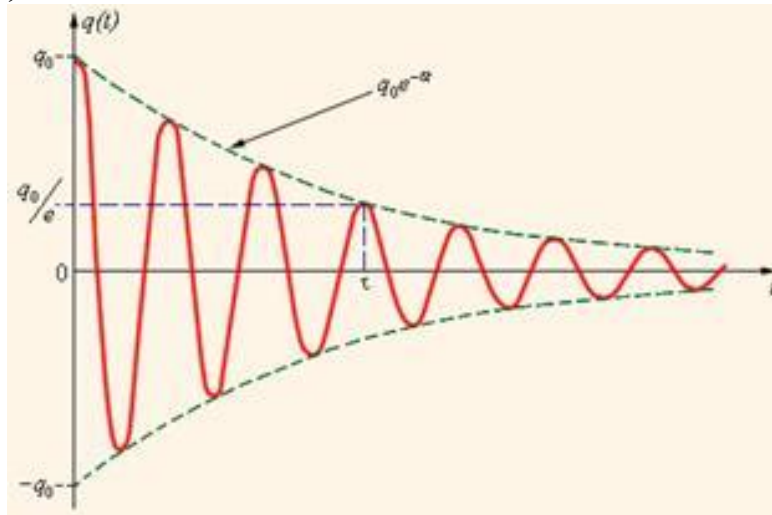


Рис.2

протягом якого фаза коливань змінюється на 2π . Частота та період загасаючих коливань визначаються параметрами контура, згідно з формулами:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}, \quad (5)$$

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}}. \quad (6)$$

При малому загасанні частоту та період загасаючих коливань можна вважати приблизно рівними частоті та періоду незатухаючих коливань в ідеальному контурі:

$$\omega \approx \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ і } T = \sqrt{LC} \quad (7)$$

Рівняння загасаючих коливань заряду (3) не має безпосереднього практичного значення і його не можна перевірити в прямому експерименті, через те, що немає приладів, які дозволяють прямо вимірювати або спостерігати миттєві значення заряду конденсатора контуру. Але властивості загасаючих коливань можна експериментально дослідити, спостерігаючи за допомогою осцилографа залежність від часу напруги на конденсаторі контура $u_c = u(t)$. Оскільки $u_c = q/C$, то згідно з (3):

$$u_c = \frac{q_0}{C} e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha) = U_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha) = U_c \cos(\omega t + \alpha), \quad (8)$$

де

$$U_c = U_0 e^{-\beta t} \quad (9)$$

— залежна від часу амплітуда напруги на конденсаторі контуру.

Кількісно загасання коливань у контурі характеризують двома типами величин: параметрами, що визначають швидкість загасання, та параметрами, які визначають якість контуру як коливальної системи, тобто, його здатність

утримувати коливання. До першої групи, крім коефіцієнта загасання (6), відноситься **логарифмічний декремент загасання** λ , котрий визначається як натуральний логарифм відношення амплітуд, відділених проміжком часу в один період:

$$\lambda = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} \quad (10)$$

Між логарифмічним декрементом та коефіцієнтом загасання є зв'язок:

$$\lambda = \ln \frac{A_0 e^{-\beta t}}{A_0 e^{-\beta(t+T)}} = \beta T. \quad (13a)$$

Узявши до уваги (6) і (7), можна записати:

$$\lambda = \frac{\pi R}{\omega L}, \quad (14)$$

а при малому загасанні, коли $\omega \approx \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$,

$$\lambda = \pi R \sqrt{\frac{C}{L}} \quad (14a)$$

До параметрів якості контура відносяться *час релаксації* та *добротність*.

Часом релаксації τ називається величина, обернена до коефіцієнта загасання: $\tau = 1/\beta$. Амплітуда загасаючих коливань (5) через час релаксації

виражається, як $A(t) = A_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$.

Цей вираз дозволяє побачити наочний зміст величини τ , а саме, в момент $t = \tau$ амплітуда

$$A(t) = A_0 e^{-1} = \frac{A_0}{e},$$

тобто, час релаксації – це проміжок часу, протягом якого амплітуда загасаючих коливань зменшується в $e \approx 2,72$ разів. Отже, чим більший час релаксації, тим повільніше загасають і, тим самим, довше зберігаються вільні коливання в контурі.

Проте, більш наочною характеристикою здатності контуру зберігати коливання є кількість вільних коливань N_e , які здійснюються в контурі за час релаксації τ :

$$N_e = \frac{\tau}{T} = \frac{1}{\beta T} = \frac{1}{\lambda}.$$

На практиці, особливо в радіотехніці, для визначення якості контуру як коливальної системи використовують параметр, який називається **добротністю** контуру і визначається виразом

$$Q = \frac{\pi}{\lambda} = \pi N_e. \quad (15)$$

У реальних контурах загасання завжди слабке, і, згідно з (14a),

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (15a).$$

Можна показати, що добротність визначає втрати в контурі енергії коливань: при слабкому загасанні

$$Q = 2\pi \frac{W}{\delta W},$$

(16) де δW – зменшення енергії коливань за один період, W – енергія коливань у контурі на даний момент.

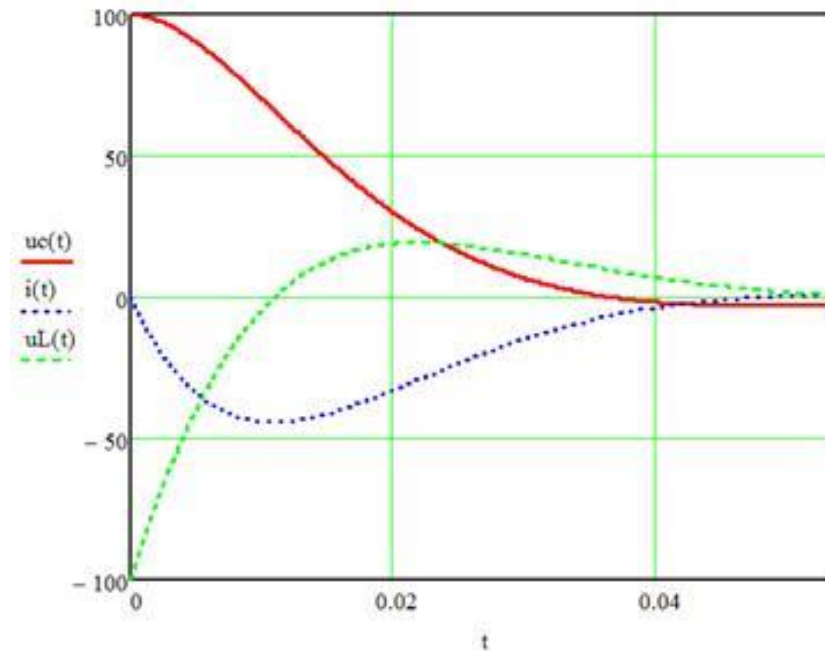


Рис.3

З виразу (4) випливає, що вільні коливання в контурі можливі не завжди, а тільки за умови $\beta < \omega_0$. При заданих значеннях L і C ця умова, як видно з

(9), виконується, якщо опір контура $R < 2 \sqrt{L/C}$. Величина

$$R_k = 2 \sqrt{L/C} \quad (17)$$

називається **критичним опором** контура. При $R \geq R_k$ вільні коливання в контурі не виникають, і відбувається **аперіодичний розряд** конденсатора, як показано на рис. 3. Аперіодичним називається такий розряд, при якому конденсатор увесь час розряджається, тобто функція $u_C(t)$ є спадаючою, а струм $i(t)$ не змінює свого напрямку, у нашому випадку він від'ємний. При аперіодичному розряді напруга на конденсаторі зменшується від початкового значення до нуля, а струм спочатку зростає по модулю, потім зменшується, проходячи через максимальне значення. Напруга на котушці зменшується від початкового значення, проходить через нульове значення, змінюючи знак й, досягши найбільшого значення, зменшується до нуля.

Опис установки й методу вимірювань

Вільні електромагнітні коливання можна спостерігати за допомогою кола, схема котрого показана на рис. 4, 5. Вимірювальна установка складається з наступних основних вузлів: генератора імпульсів, контуру і осцилографа.

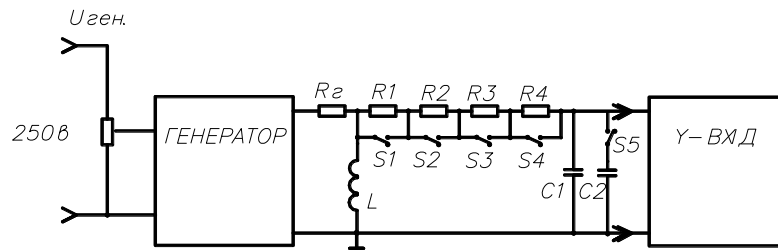


Рис.4

Генератор імпульсів формує імпульси напруги, що надходять на конденсатор C контуру. При розряді конденсатора в контурі виникають вільні загасаючі коливання.



Рис.5

Реєструється цей коливальний процес за допомогою осцилографа: на його екрані одержимо картину загасаючих коливань, показану на рис. 2.

Тривалість імпульсів τ_i генератора 1 багато менше періоду T_r їхнього повторення так, що в інтервалі між імпульсами $(T_r - \tau_i)$ коливання в контурі встигають загасати до надходження на конденсатор наступного імпульсу.

Порядок виконання роботи

1. З'єднати вхід осцилографа з виходом макета. Переконавшись, що ручка напруги живлення генератора знаходиться в крайньому лівому положенні.
2. Увімкнути осцилограф і лабораторний макет у мережу і дати прогрітися осцилографу $5 \div 10$ хвилин.
3. Ручкою потенціометра R_0 на макеті збільшити напругу живлення генератора імпульсів та домогтися появи сигналу на екрані осцилографа (рис.6) . Підібрати підсилення каналу "Y" осцилографа таким чином, щоб амплітуда вертикального зміщення променя була дещо меншою від висоти екрана.



Рис.6

4. Підібрати частоту розгортки осцилографа такою, щоб зображення загасаючих коливань зайняло більшу частину екрана.
5. Регулюючи частоту генератора домогтися, щоб коливання встигали достатньо загасати до приходу наступного імпульсу в коливальний контур (рис.7).

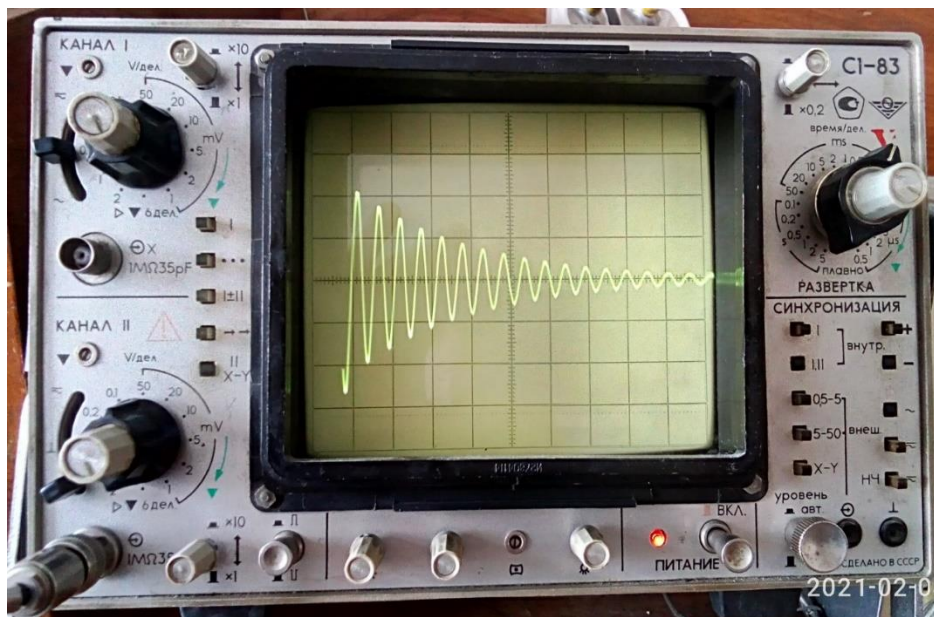


Рис.7

6. Увімкнути ємність $C1$ і перемикачем $S1$ задати опір $R1$. Записати значення $C1$ та $R1$ у табл.1.

7. Визначити величини послідовності максимумів A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 загасаючого коливання.

Результати записати у перший стовпчик таблиці 1.

8. За даними таблиці обчислити для опору $R1$ три-п'ять значень логарифмічного декременту загасання λ_i за формулою $\lambda_i = \ln \frac{A_i}{A_{i+1}}$.

Результати занести до таблиці.

9. Знайти середнє значення логарифмічного декременту загасання $\langle \lambda_1 \rangle$ і відповідну до нього добротність контуру $Q_1 = \pi / \langle \lambda_1 \rangle$ при параметрах контуру $C1, R1$.

10. Досліди повторити для опорів $R2, R3, R4$.

11. Розрахувати значення логарифмічних декрементів загасання $\langle \lambda_2 \rangle$, $\langle \lambda_3 \rangle$, $\langle \lambda_4 \rangle$ та відповідні значення добротностей Q_2, Q_3, Q_4 ,

Таблиця 1.

$C1 = \dots\dots$

R1-R4	i	A_i	A_{i+1}	A_i / A_{i+1}	λ_i	$\langle \lambda_n \rangle$	Q_n
R1=	1						
	2						
	3						
	4						
	5						

Примітка. Номінали опорів, ємностей та індуктивностей вказані на установці.

12. Перемикачем $S5$ змінити ємність контуру на $C2$, записати ці значення в табл.2.

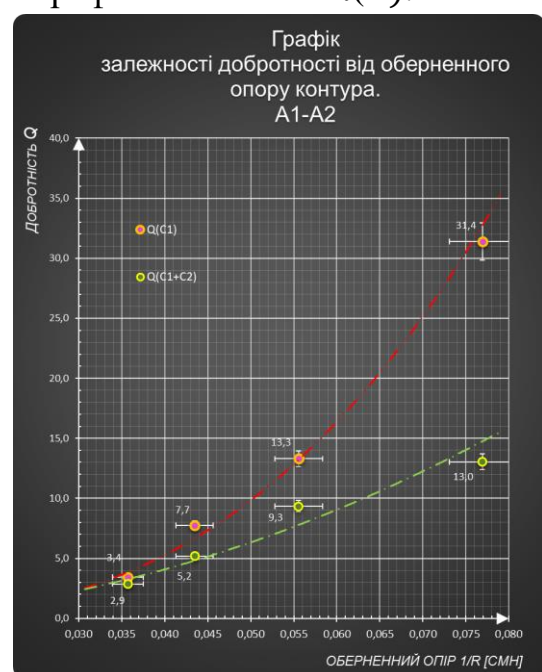
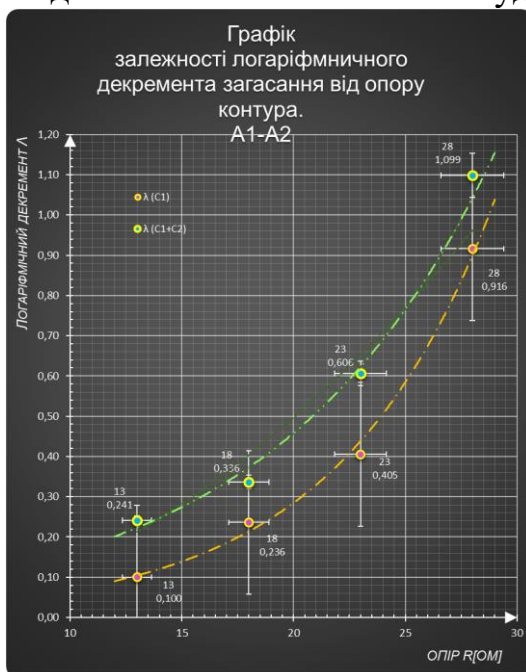
13. Повторити вимірювання та розрахунки п.7-11 для контуру з ємністю C2.

Таблиця 2.

C2=

R1-R4	i	A_i	A_{i+1}	A_i/A_{i+1}	λ_i	$\langle \lambda_n \rangle$	Q_n
R1=	1						
	2						
	3						
	4						
	5						

14. За даними табл.1 та табл.2 побудувати графік залежності $\lambda(R)$.



15. За даними табл.1 та табл.2 побудувати графік залежності добротності контура від оберненого опору $Q(1/R)$.

Контрольні запитання

1. Зобразити схему вільного послідовного коливального контуру та скласти його диференціальне рівняння.
2. Записати загальне рівняння вільних загасаючих коливань заряду на конденсаторі контуру та формулу для частоти таких коливань.
3. Пояснити, чому вільні коливання в контурі загасають.
4. Записати вираз для залежної від часу амплітуди загасаючих коливань $A(t)$ заряду конденсатора контуру. Чи можна розглядати величину q_0 як початкову амплітуду заряду? Чому?
5. Який зміст має час релаксації загасаючих коливань і як він виражається через параметри контуру?

6. Що називається добротністю контуру? Отримати зв'язок між добротністю контуру та часом релаксації коливань.
7. Знайти вираз добротності через параметри контура R, L, C при великому та при малому загасанні.
8. Що таке критичний опір контуру й від чого та як він залежить?
9. Який вигляд має залежність напруги на конденсаторі контуру від часу, якщо активний опір контуру дорівнює критичному?
10. Які коливання будуть аперіодичними?
11. Знайти зв'язок між добротністю та критичним опором контуру при слабкому загасанні.
12. Доказати, що логарифмічний декремент загасання можна визначати як за формулою $\lambda = \frac{1}{5} \ln \frac{A_i}{A_{i+5}}$.

Література

1. Кучерук І.М., Горбачук І.І., Загальний курс фізики, т. 2, § 12.2, Техніка, К., 2001.
2. Иродов И.Е., Электромагнетизм. Основные законы, § 11.2, Физ-мат. лит., М., 2002.
3. Вивчення вільних коливань в електричному коливальному контурі: Метод. вказівки до виконання лабораторної роботи з курсу „Загальна фізика”, В.П.Бригинець, О.О.Гусева, І.В. Лінчевський, Н.О.Якуніна. - К.: НТУУ”КПІ”, 2008.- 12 с.

Лабораторна робота №3-17

Дослідження характеристик вимушених коливань в послідовному коливальному контурі

Мета роботи: експериментальне дослідження частотної залежності напруги на конденсаторі при вимушених коливаннях у послідовному коливальному контурі. Визначення резонансної частоти, смуги пропускання та добротності контуру.

Обладнання: макет, генератор НЧ, частотомір (цифровий вольтметр).

Теоретичні відомості

Вимушені коливання в послідовному контурі. Коливання, що відбуваються внаслідок періодичного зовнішнього впливу на будь-яку фізичну систему, називаються *вимушеними*. Особливий інтерес являють вимушені коливання осциляторів, тобто, систем, у яких можливі вільні коливання. Прикладом електромагнітного осцилятора є послідовний коливальний контур, – електричне коло, що складається з котушки індуктивності L , конденсатора ємності C і резистора з опором R . Для створення вимушених коливань у контур включають джерело (генератор) змінної ЕРС $E(t)$.

У даній роботі досліджується послідовний контур, схема якого показана на рис. 1.

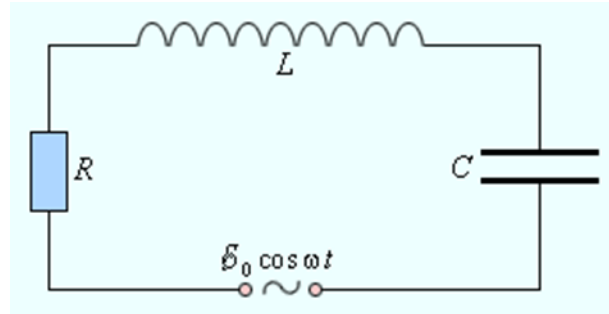


Рис. 1.

Під дією генератора в контурі виникають і підтримуються вимушені електромагнітні коливання, тобто, періодичні зміни напруги на елементах контуру та струму в ньому.

Найпростішим і найважливішим у теорії видом коливань є гармонічні вимушені коливання, що створюються генератором з ЕРС:

$$E(t) = E_0 \cos \omega t \quad (1)$$

За законом Ома для ділянки кола квазістаціонарного електричного струму (струму, величина якого в даний момент однакова у всіх елементах кола) можна записати:

$$U_R + U_C = E + E_S$$

або

$$IR + \varphi_1 - \varphi_2 = -L \frac{dI}{dt} + E(t) \quad (2)$$

де $U_C = \varphi_1 - \varphi_2 = q/C$ – різниця потенціалів (напруга) на обкладках конденсатора, $U_R = IR$ – напруга на опорі R , $E_S = -L \frac{dI}{dt}$ – ЕРС самоіндукції в котушці, $E(t)$ – ЕРС генератора (1), внутрішній опір якого вважається малим у порівнянні з R .

Виразимо величини U_C та I через заряд конденсатора q : $U_C = q/C$, $I = \frac{dq}{dt}$, тоді $E_S = -L \frac{d^2q}{dt^2}$. Зробивши такі підстановки в (2), і, поділивши на L , одержимо **диференціальне рівняння вимушених електричних коливань** у контурі:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \cdot \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = \frac{E_0}{L} \cos \omega t,$$

або

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = \frac{E_0}{L} \cos \omega t, \quad (3)$$

де $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ – власна частота контуру, тобто, частота вільних коливань у цьому контурі за умови $R = 0$, і $\beta = R/2L$ – коефіцієнт загасання контуру.

Рівняння (3) являє собою неоднорідне диференціальне рівняння другого порядку з постійними коефіцієнтами. З математики відомо, що його загальний розв'язок складається із загального розв'язку $q^o(t)$ відповідного однорідного рівняння та будь-якого частинного розв'язку $q(t)$ повного рівняння. Однорідна частина (3) має вигляд

$$\frac{d^2 q^0}{dt^2} + 2\beta \frac{dq^0}{dt} + \omega_0^2 q^0 = 0$$

і відповідає вільним загасаючим коливанням у контурі, амплітуда яких змінюється за законом $A(t) = q_0 e^{-\beta t}$ ([1], § 12.2, або [2], § 11.2.). Такі коливання виникають у момент включення генератора й відіграють суттєву роль тільки протягом невеликого проміжку часу $\sim 1/\beta$, після якого в контурі встановлюються стаціонарні гармонічні коливання з частотою генератора ω і сталою амплітудою. Тому частинний розв'язок рівняння (3), що відповідає незагасаючим вимушеним коливанням заряду конденсатора контуру можна подати у вигляді:

$$q(t) = q_0 \cos(\omega t - \varphi_0) \quad (4)$$

де q_0 – амплітуда, а φ_0 – зсув фаз між коливаннями заряду конденсатора та ЕРС генератора.

Після підстановки (4) у (3) можна отримати ([1], § 12.3, або [2], § 11.3.) такі вирази q_0 і φ_0 :

$$q_0 = \frac{E_0}{L \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}} \quad (5)$$

$$\varphi_0 = -\arctg \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} . \quad (6)$$

На практиці режим контуру визначають не зарядом конденсатора, а напругою на різних елементах і силою струму в контурі. Зокрема, з урахуванням (4), рівняння вимушених коливань напруги на конденсаторі $U_C = q/C$ має вигляд:

$$U_{c0} \cos(\omega t - \varphi_0) ,$$

де амплітуда напруги

$$U_{c0} = \frac{E_0}{LC \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}} = \frac{E_0 \omega_0^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}} . \quad (7)$$

Продиференціювавши (4) по t , знайдемо рівняння вимушених коливань сили струму $I = dq/dt$ у контурі:

$$I = -\omega q_0 \sin(\omega t - \varphi_0) = I_0 \cos(\omega t - \varphi) , \quad (8)$$

де амплітуда струму I_0 і зсув фаз φ між вимушеними коливаннями струму та ЕРС генератора визначаються виразами:

$$I_0 = \frac{E_0 \omega}{L \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}} , \quad (9)$$

$$\varphi = \varphi_0 - \frac{\pi}{2} . \quad (10)$$

Амплітудні характеристики контуру. Резонанс. Характерною особливістю вимушених коливань є залежність (причому не монотонна) їх амплітуди від частоти, що впливає з виразів (7) і (9), які називаються амплітудними характеристиками контуру. Справді, якщо частоту ω поступово збільшувати, починаючи з нуля, то величина $\omega_0^2 - \omega^2$ у

знаменнику цих виразів спочатку зменшується, потім проходить через 0 і далі необмежено зростає. Відповідно, амплітуда вимушених коливань спочатку зростає, потім сягає максимуму, й далі асимптотично прямує до нуля. Отже, в коливальному контурі можливий **резонанс** – зростання амплітуди вимушених коливань до максимальної величини при наближенні частоти коливань до певного значення $\omega_{\text{рез}}$, яке називають **резонансною частотою**.

Резонансну частоту напруги на конденсаторі ω_u можна знайти, дослідивши вираз (7) на екстремум. Для цього в (7) треба продиференціювати по ω підкорінний вираз і прирівняти похідну до нуля. Результат виходить такий:

$$\omega_u = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} \quad (11)$$

Отже, резонансна частота напруги на конденсаторі менша, ніж власна частота

контру, причому, тим менша, чим більше загасання β . Аналогічно, диференціюванням по ω виразу (9), знаходиться резонансна частота сили струму ω_i , яка виявляється рівною власній частоті контуру:

$$\omega_i = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (12)$$

З огляду на явище резонансу, амплітудні характеристики, зокрема, $U_{c0} = U_{c0}(\omega)$ та $I_0 = I_0(\omega)$, інакше називають резонансними характеристиками, а їх графіки – резонансними кривими.

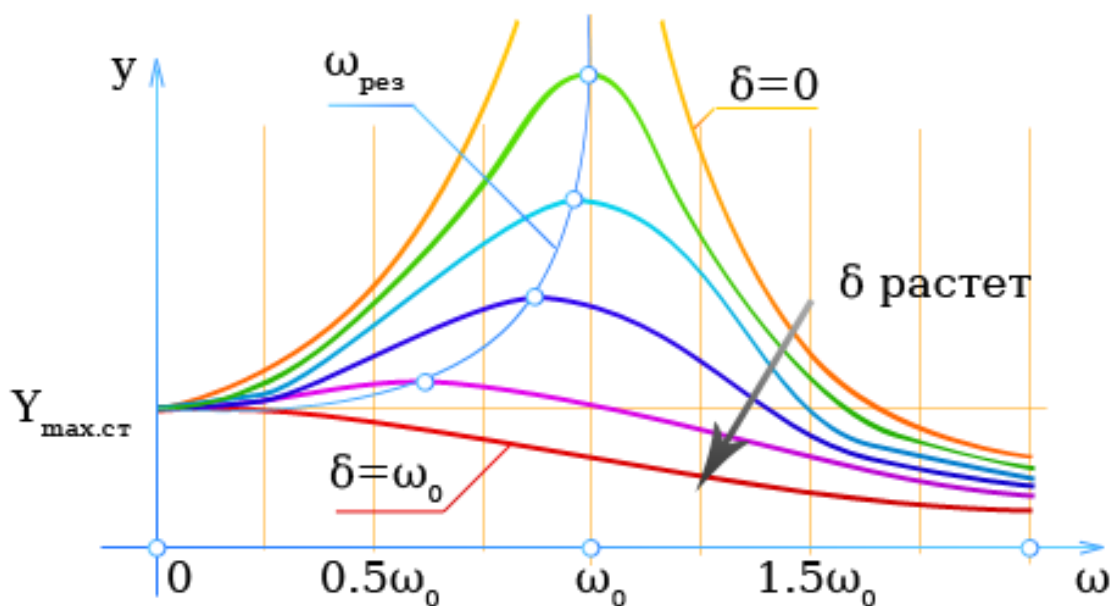


Рис.2

На рис.2 показано вид резонансних кривих напруги на конденсаторі контуру для трьох різних значень загасання, а на рис.3 – аналогічні резонансні криві сили струму в послідовному контурі.

Характерно, що резонансні криві тим вужчі й вищі (тим гостріший резонанс), чим менше загасання контуру. Це цілком природньо, оскільки при

зменшенні загасання зменшуються втрати енергії коливань.

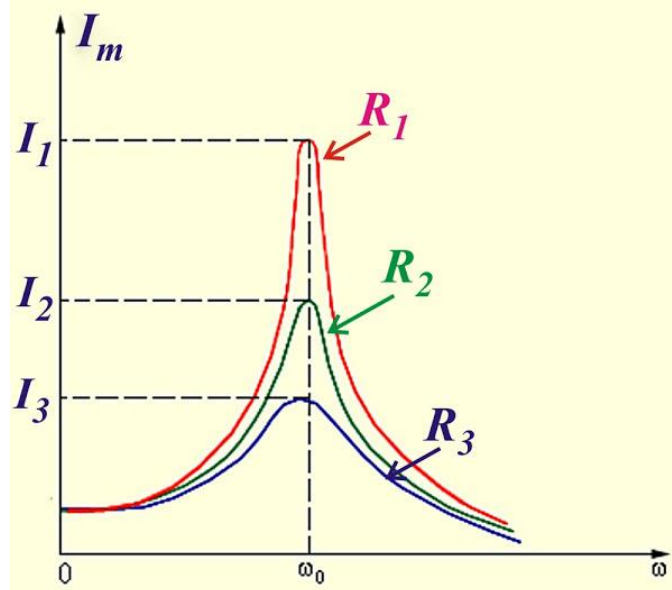


Рис.3

Існує зв'язок між резонансними кривими й іншою характеристикою контуру – його добротністю Q (про добротність див. [1], § 11.2.). При слабкому загасанні ($\beta \ll \omega_0$) добротність виражається через параметри контуру формулою

$$Q = \frac{\omega_0}{2\beta} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (13)$$

Якщо в (7) замість ω підставити значення (11), то вийде такий вираз для резонансної амплітуди напруги U_m на конденсаторі:

$$U_p = \frac{E_0 \omega_0^2}{\beta \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$$

При слабкому загасанні величиню β^2 під коренем можна знехтувати, і тоді

$$U_p = E_0 \frac{\omega_0}{2\beta} = E_0 Q. \text{ Отже, добротність контуру}$$

$$Q = \frac{U_m}{E_0} \quad (13a)$$

Таким чином, на конденсаторі послідовного контуру відбувається підсилення напруги, а добротність виступає в якості коефіцієнта підсилення.

На цьому базується вся техніка приймання радіосигналів. У кожному радіоприймачі є входні контури, в яких можна на свій розсуд установлювати резонансну частоту і, тим самим, різко підсилювати сигнал тільки від обраної станції (налаштовуватися на дану станцію).

Якщо в (9) замість ω підставити вираз (12), отримаємо резонансну амплітуду струму I_m :

$$I_p = \frac{E_0}{2\beta L} = \frac{E_0}{R} \quad (14)$$

З параметрів резонансної кривої струму теж можна визначити добротність контуру Q при слабкому загасанні. Можна показати, що в цьому випадку вона визначається, як

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} \quad (15)$$

Величина $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ називається шириною резонансної кривої або **смугою пропускання контуру**.

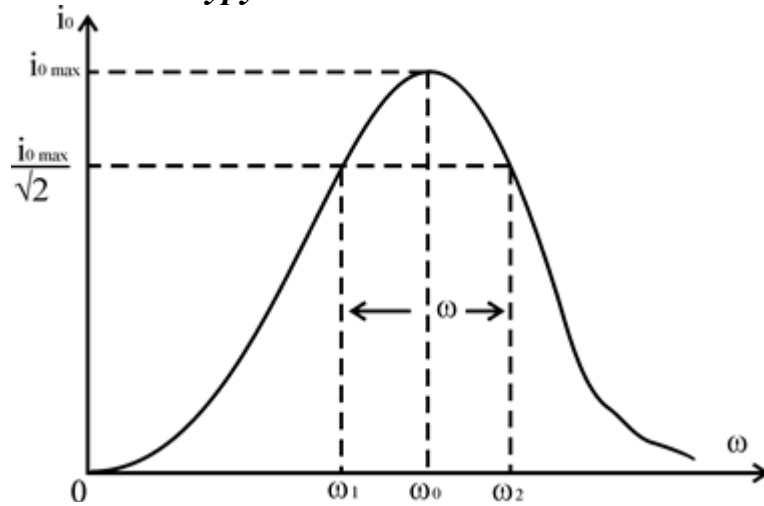


Рис.4

На рисунку 4 частоти ω_1 і ω_2 відповідають амплітуді струму $I_0 = I_p / \sqrt{2}$.

На резонансній кривій відзначений рівень $I_p / \sqrt{2}$ і частоти ω_1 і ω_2 .

При такій амплітуді струму на опорі R виділяється половина резонансної потужності.

Опис лабораторної установки

Для вивчення вимушених коливань у контурі використовується установка, зображена на рис.5.

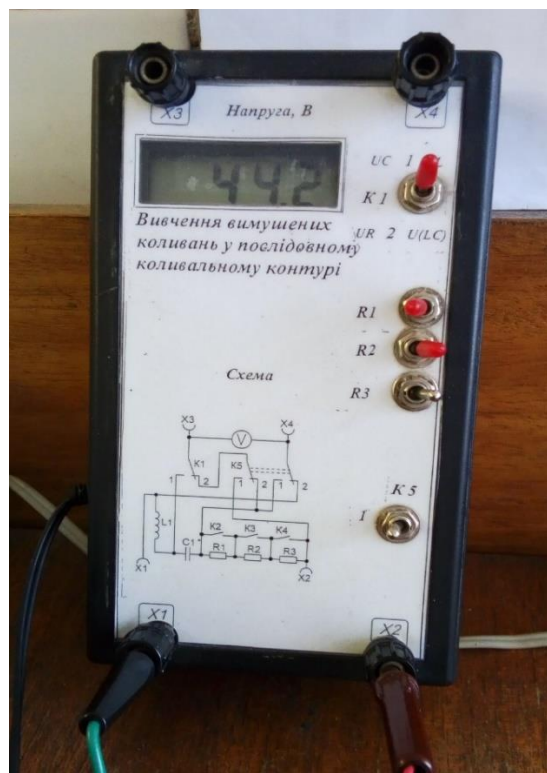


Рис. 5

За допомогою цієї установки можна вивчити залежність напруги на конденсаторі C (перемикач $K1$ у положенні 2) або на опорах $R1 - R3$ (перемикач $K1$ у положенні 1) від частоти ω зовнішнього генератора (рис.6).



Рис.6

Вимірювання діючої напруги здійснюється за допомогою цифрового вольтметра V (рис.7).



Рис.7

Активний опір контуру можна змінювати за допомогою резисторів $R1 - R3$ та перемикачів $K2 - K4$.

Порядок виконання роботи

1. Увімкнути звуковий генератор в мережу. Встановити на виході генератора напругу 10 В.
2. Установити перемикач $K1$ в положення 2, $K2$ у положення 1, $K3$ у положення 2 і $K4$ у положення 2. (При цьому в контур буде увімкнений опір $R1$). Змінюючи частоту генератора f , знайти резонансну частоту f_u , при якій напруга на конденсаторі буде максимальною $U_{c0} = U_{cm}$. Значення f_u та U_{cm} занести до табл. 1.
3. Зменшуючи й збільшуючи частоту генератора в обидва боки від резонансної частоти (узяти 8-10 значень), виміряти амплітуди напруги U_{c0} . Значення f і U_{c0} занести до табл. 1.

Таблиця 1

R1	f_u									
	U_{C0}									
R2	f_u									
	U_{C0}									
R3	f_u									
	U_{C0}									

4. Перевести перемикач $K1$ у положення 1. (При цьому вольтметр V буде показувати напругу на опорі контуру). Змінюючи частоту генератора, знайти резонансну частоту f_i , при якій напруга на резисторі $R1$ буде максимальною. Обчислити амплітуду напруги U_{Rm} на резисторі $R1$ при резонансній частоті f_i . Значення $R1$, f_i та U_{Rm} занести до табл. 2.

5. Зменшуючи і збільшуючи частоту генератора в обидва боки від резонансної частоти (взяти 8-10 значень частоти), обчислити амплітуди напруги U_{R0}

Значення f_i та U_{R0} занести до табл. 2.

Для кожного значення U_{R0} знайти амплітуду струму $I_0 = U_{R0}/R$ і занести результат у табл. 2.

Таблиця 2

R1	f_i									
	U_{R0}									
	I_0									
R2	f_i									
	U_{R0}									
	I_0									
R3	f_i									
	U_{R0}									
	I_0									

6. Виміри п.п. 2 – 5 повторити при опорі контуру $R2$ та $R3$. Вибір опорів здійснити за допомогою перемикачів $K2 – K4$.

Обробка результатів вимірювань

1. За даними табл. 1 побудувати резонансні криві $U_{C0} = U(f)$ для різних значень опору R .

2. Визначити добротність контуру за формулою (13а) для різних значень R . За отриманими даними побудувати графік $Q = Q(1/R)$, відкладаючи по осі ординат добротність Q , а по осі абсцис – обернений опір контура $1/R$.

3. За даними табл. 2 побудувати резонансні криві $I_0 = I(f)$ для різних значень опору R .

4. Із графіків п. 3 визначити ширини $\Delta\omega$ резонансних кривих струму та обчислити добротність контуру Q для різних значень R за формулою (15).

5. Отримані значення Q нанести на графік п. 2 і порівняти результати, отримані в п. 2 і п. 3.

Контрольні запитання

1. Записати диференціальне рівняння вимушених коливань у послідовному контурі. Який вигляд має загальний розв'язок цього рівняння?
2. Що таке стаціонарні вимушені коливання та який вигляд має їх рівняння?
3. Записати формули для амплітудної характеристики напруги на конденсаторі контура та резонансної частоти напруги.
4. Вивести формулу (11).
5. Записати формули для амплітудної характеристики струму в контурі та резонансної частоти струму.
6. Вивести формулу (12).
7. Який вигляд мають резонансні криві напруги на конденсаторі та струму в контурі при різних значеннях опору R ?
8. Що таке добротність контура? Отримати формулу (13).
9. Як змінюються параметри резонансних кривих із зміною добротності?
10. Як можна визначити добротність за параметрами резонансної кривої напруги на конденсаторі? Отримати формулу (13а).
11. Як можна визначити добротність за параметрами резонансної кривої струму в контурі? Що таке ширина резонансної кривої?
12. Довести вираз (15)
13. Який вигляд має векторна діаграма напруг при вимушених коливаннях у контурі?
14. Як відрізняються векторні діаграми напруг на елементах контуру в залежності від частоти генератора?

Література

1. Кучерук І.М., Горбачук І.І., Загальний курс фізики, т.2, § 12.3, Техніка, К.2001;
2. Иродов И.Е., Электромагнетизм. Основные законы., Физ-мат лит, М, 2002, §§ 11.2, 11.3.
3. Вивчення вимушених коливань в електричному коливальному контурі: Метод. вказівки до виконання лабораторної роботи з курсу „Загальна фізика”, В.П.Бригинець, О.О.Гусева, І.В. Лінчевський, Н.О.Якуніна. - К.: НТУУ”КПІ”, 2008.- 12 с.